

NOME COMPLETO DO(A) ALUNO(A) - PREENCHA COM LETRA DE FORMA. NÃO ABREVIE O ÚLTIMO SOBRENOME.

DATA DE NASCIMENTO: dia, mês, ano. DDD, TELEFONE, CPF (opcional). Utilize apenas números.

E-MAIL (opcional)

TURNO Manhã Tarde Noite
SEXO FEM MASC
SÉRIE 1ª Série 2ª Série 3ª Série

↑ ASSINATURA DO(A) ALUNO(A)

NOME DA ESCOLA

MUNICÍPIO

NOME DO(A) PROFESSOR(A) DE MATEMÁTICA DO(A) ALUNO(A)

INSTRUÇÕES:

- Preencha cuidadosamente todos os dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
- A duração da prova é de 2 horas. Você só poderá deixar a sala 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
- Não é permitido:
 - usar instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - usar quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora etc.).
- Esta prova é discursiva e contém 04 problemas, com 20 pontos cada, totalizando 80 pontos.
- A solução de cada problema deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível.
- Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todos os problemas.
- Respostas sem justificativa não serão consideradas na correção.
- Os problemas podem ser respondidos a lápis ou a caneta, de forma legível.

O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

REALIZAÇÃO:

Problemas de 20 Pontos

1. Débora tem uma calculadora com duas teclas especiais, \oplus e \odot , que calculam assim:

$$a \oplus b = 2 \times (a + b) + 1$$

$$a \odot b = 2 \times a \times b - 1$$

Por exemplo,

$$3 \oplus 5 = 2 \times (3 + 5) + 1 = 17$$

$$3 \odot 5 = 2 \times 3 \times 5 - 1 = 29$$

a) Use a calculadora de Débora para realizar as operações:

$$27 \oplus 18 =$$

$$12 \odot 23 =$$

b) Explique como usar a calculadora de Débora para encontrar o resultado 2023.

c) Encontre um número para cada uma das letras a , b e c de modo que $(a \odot b) \oplus c = 15$.

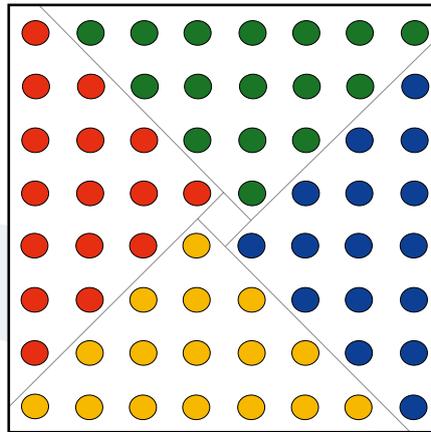
2. Você dispõe apenas de três algarismos: 2, 3 e 5. Com eles você consegue formar vários números, por exemplo, 3, 55, 53, 25, 222, 523, 332, 2332 etc.

a) Existem técnicas que ajudam a contar quantos números podemos formar sem precisar escrever cada um deles. Por exemplo, $3 \times 3 = 9$ é uma maneira de calcular quantos números com exatamente dois algarismos podemos escrever: 22, 33, 55, 23, 25, 32, 35, 52 e 53. E com exatamente **três** algarismos, quantos números podemos escrever?

b) Quantos são os números de **quatro** algarismos em que o algarismo 5 aparece uma única vez?

c) Qual é o total de números de **cinco** algarismos em que o algarismo 5 aparece uma quantidade ímpar de vezes?

3. Para calcular a soma $1 + 3 + 5 + 7$ dos quatro primeiros números ímpares, Tiago usou o quadrado de bolinhas 8×8 da figura. Para isso, ele observou que em cada uma das quatro partes que o quadrado está estrategicamente repartido contém a soma desejada.

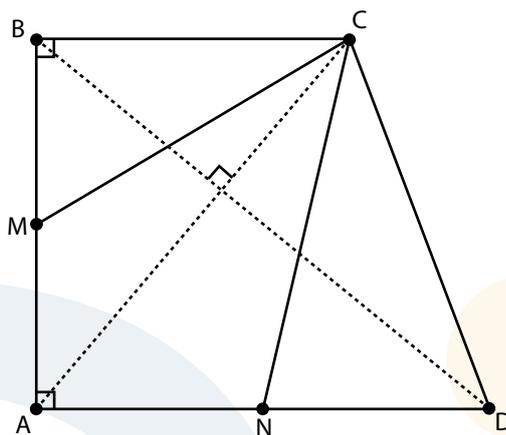


- a) Thiago percebeu que a soma $1 + 3 + 5 + 7$ tem o mesmo resultado que $1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1$. A partir dessa segunda observação, quais são os primeiros números ímpares cuja soma é idêntica à soma $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$?

- b) A quantidade de bolinhas em cada lado do quadrado é chamada a “raiz quadrada” do número total de bolinhas. Na figura, o número 8 é a raiz quadrada de $4 \cdot (1 + 3 + 5 + 7)$, ou seja, $8 = \sqrt{4 \cdot (1 + 3 + 5 + 7)}$. Seguindo a ideia de Tiago, qual é o número total de bolinhas de um quadrado que apresenta a soma $1 + 3 + 5 + \dots + 21$? E qual é o resultado de $\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 21}$?

- c) Qual é o resultado de $\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 2021 + 2023}$?

4. Seja ABCD um trapézio retângulo, de bases $AD = 16$ e $BC = 9$, tal que suas diagonais sejam perpendiculares. Considere que M e N são os pontos médios dos lados AB e AD, respectivamente.



- a) Explique por que a área do trapézio mede o dobro da área do quadrilátero AMCN.

- b) Explique por que os triângulos ABC e ABD são semelhantes.

- c) Calcule o valor de AB, altura do trapézio ABCD.

- d) Calcule a área do quadrilátero AMCN.

